☑_ **Dạng 1: Mode 2, OPTN 2: Số phức liên hợp.**

Conjg(

♦. Cho số phức $z = a + bi \Rightarrow \overline{z} = a - bi$ là số phức liên hợp của số phức z.

➲. **Áp dụng giải các dạng toán:** Tìm số phức, tìm phần thực, phần ảo.

☒_**Bài tập minh họa:**

**Câu 1:** Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

**A.** $-3-4i$. **B.** $-3+4i$. **C.** $3+4i$. **D.** $-4+3i$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Conjg(3−4i)

3+4i

**Câu 2:** Cho số phức $z = 5-7i$. Xác định phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

**A.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7i$. **B.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $-7$.
**C.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng 7. **D.** Phần thực bằng 5 và phần ảo bằng $7i$.

**Lời giải**

**Chọn C**

Conjg(5−7i)

5+7i

**Câu 3.** Cho số phức $z$ có số phức liên hợp $\overline{z} = 3-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z$ bằng

**A.** $5$. **B.** $-1$. **C.** $-5$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A**

Conjg(3−2i)

3+2i

☑_ **Dạng 2: Calc: tìm phần thực, phần ảo của số phức.**

♦. Cho hai số phức $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$ $\left(a_1, a_2, b_2, b_2 \in R\right)$.

Khi đó: $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$

➲. **Áp dụng giải các dạng toán:** Tìm số phức, tìm phần thực, phần ảo.

☒_**Bài tập minh họa:**

**Câu 1.** Tìm các số thực $a$ và $b$ thỏa mãn $2a + (b+i)i = 1 + 2i$ với $i$ là đơn vị ảo.

**A.** $a = 0, b = 2$. **B.** $a = \dfrac{1}{2}, b = 1$. **C.** $a = 0, b = 1$. **D.** $a = 1, b = 2$.

**Lời giải**

**Chọn D**

♦. Nhập vào máy, nhớ chuyển hết về vế bên trái.

2A+(B+i)i−1−2i

♦. Calc a, b từ đáp án, kết quả bằng 0 là đúng. **Chọn D**

2A+(B+i)i−1−2i  2A+(B+i)i−1−2i  2A+(B+i)i−1−2i

A =1  B =2  0

**Câu 2.** Tìm các số thực $x$ và $y$ thỏa mãn điều kiện $(2x+1)+(3y-2)i=(x+2)+(y+4)i$

**A.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

♦. Nhập vào máy, nhớ chuyển hết về vế bên trái.

◄)i−(x+2)−(y+4)i

♦. Calc x, y từ đáp án, kết quả bằng 0 là đúng. **Chọn D**

(2x+1)+(3y−2)i−( (2x+1)+(3y−2)i−( (2x+1)+(3y−2)i−(

x =1  y =3  0

**Câu 3.** Biết rằng có duy nhất 1 cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $(x+y)+(x-y)i=5+3i$. Tính $S=x+2y$.

**A.** $S=5$. **B.** $S=4$. **C.** $S=6$. **D.** $S=3$.

**Lời giải**

**Chọn C**

♦. Bài này giải hệ tìm x,y. Vì đáp án không cho sẵn x,y

{ 1x + 1y= 5; 1x − 1y=[redacted]  x=  y=

3  4  1

♦.Tính $S=x+2y=6$.

♦. Chú ý nắm vững công thức và biến đổi về đúng dạng: $a_1+b_1i=a_2+b_2i \Leftrightarrow \begin{cases} a_1=a_2 \\ b_1=b_2 \end{cases}$.

☑_ **Dạng 3:** **mode 2_Shift Abs:**

|□|

♦. Số phức $z$ có dạng $z=a+bi \quad (a,b\in R, i^2=-1)$.

♦. Mô đun của số phức $z$ là $|z|=|\overrightarrow{OM}|=\sqrt{a^2+b^2}$.

➲. **Áp dụng giải các dạng toán:** Tìm môđun của số phức

☒_**Bài tập minh họa:**

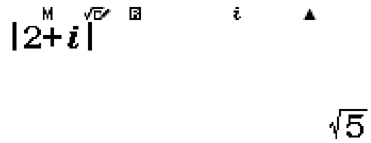
**Câu 1.** Cho số phức $z=2+i$. Tính $|z|$.

**A.** $|z|=3$ **B.** $|z|=5$ **C.** $|z|=2$ **D.** $|z|=\sqrt{5}$

**Lời giải**

**Chọn D**

♦. Mode 2
♦. Shift Abs



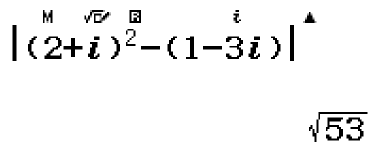

**Câu 2.** Cho hai số phức $z_1=2+i$, $z_2=1-3i$. Tính mô-đun của số phức $w=z_1^2-z_2$.

**A.** $|w|=7$. **B.** $|w|=5$. **C.** $|w|=\sqrt{19}$. **D.** $|w|=\sqrt{53}$.

**Lời giải**

**Chọn D**

♦. Mode 2
♦. Shift Abs



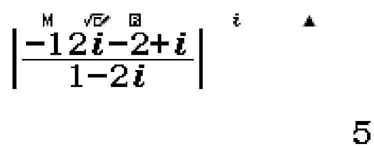

**Câu 3.** Tính môđun của số phức $z$, biết: $(1-2i)z+2-i=-12i$.

**A.** 5. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

♦. Mode 2
♦. Shift Abs




♦. Biết chuyển vế tìm $z=\dfrac{-12i-2+i}{1-2i}$

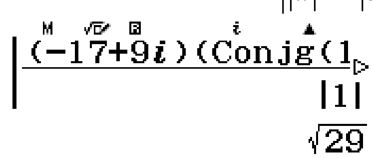
**Câu 4.** Tìm mô đun của số phức $z$, biết $z-(2+3i)\overline{z}=-17+9i$.

**A.** $|z|=\sqrt{26}$. **B.** $|z|=\sqrt{17}$. **C.** $|z|=\sqrt{29}$. **D.** $|z|=\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

①. **Cách 1:** Sử dụng công thức nhanh: $az+b\overline{z}=c \Rightarrow |z|=\left|\dfrac{c.\overline{a}-b\overline{c}}{|a|^2-|b|^2}\right|$



♦. Cách này hơi khó nhớ công thức. (**C**ông **a**n $\rightarrow$ **b**ắt **c**ướp: giúp ta dễ nhớ tử số: $c.\overline{a} - b\overline{c}$ )

②. **Cách 2:** Giải hệ tìm phần thực, phần ảo.

♦. Nhập vào máy

```
◄ )Conjg(x)+17−9i
```

♦. Calc:

```
x−(2+3i)Conjg(x)-▷

x =10000+100i
```

♦. Tách lấy hệ số đưa vào giải hệ phương trình bậc nhất 2 ẩn số. Bước này hơi khó nhé!

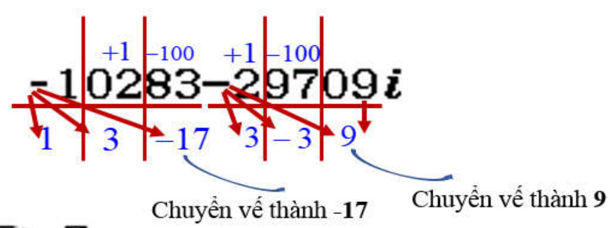
```
x−(2+3i)Conjg(x)-▷
           -10283−29709i
```

```
{−   1x  −   3y=−   17
 −   3x  +   3y=[redacted]
                     9
```

```
x=          2
y=          5
√(2²+5²)    √29
```

♦. Có thể hiểu chỗ lấy hệ số như sau:

```
x−(2+3i)Conjg(x)-▷
```




```
{−   1x  −   3y=−   17
 −   3x  +   3y=[redacted]
                     9
```

☑. Nếu giá trị ở mỗi cột $\geq 50$ thì ta lấy giá trị đó $-100$

☑. Nếu giá trị ở mỗi cột $< 50$ thì ta lấy giá trị đó.

☑. Nếu giá trị phía sau cột $\geq 5$ thì ta lấy giá trị phía trước cột $+1$ vào.

♦. Thực hành vài bài sẽ luyện thành thạo kỹ năng nói trên.

☑_ **Dạng 4:** **Tìm tập hợp điểm biểu diễn cho số phức.**

①. Số phức $z$ có dạng $z=a+bi,(a,b\in R)\Rightarrow M(a;b)$ là điểm biểu diễn cho số phức z.

②. Nếu tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức $z$ là đường thẳng d: $ax+by+c=0$ thì ta chọn hai điểm thuộc đường thẳng này và thử lại với giả thiết ban đầu.

③. Nếu tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức $z$ là đường tròn: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ thì ta chọn ba điểm thuộc đường tròn này và thử lại với giả thiết ban đầu.

④. Nếu tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức $z$ là Elip hay parabol thì ta cũng chọn ba điểm đặc biệt thỏa mãn và thế vào giả thiết ban đầu để thử và chọn đáp án thỏa.

☒_**Bài tập minh họa:**

**Câu 1.** Gọi $M$ , $N$ lần lượt là điểm biểu diễn hình học các số phức $z=2-i$ và $w=4+5i$. Tọa độ trung điểm $I$ của đoạn thẳng $MN$ là

**A.** $I(2;3)$. **B.** $I(4;6)$. **C.** $I(3;2)$. **D.** $I(6;4)$.

**Lời giải**

**Chọn C**

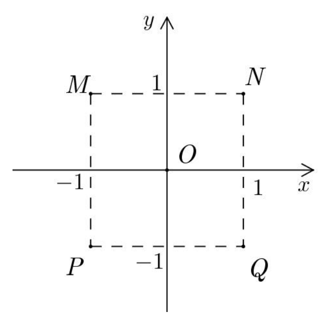
♦. Chú ý công thức tọa độ trung điểm.

♦. Casio cho phép tính toán nhiều biểu thức cùng lúc nhờ dâu :

$\frac{2+4}{2}:\frac{-1+5}{2}$ $\frac{2+4}{2}$ $\frac{-1+5}{2}$

3 2

**Câu 2.** Cho số phức $z$ thỏa mãn $z-4+6i=-5+7i$. Điểm nào sau đây trong các điểm $M,N,P,Q$ biểu diễn cho số phức $z$?




**A.** Điểm $M$ . **B.** Điểm $N$ . **C.** Điểm $P$ . **D.** Điểm $Q$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦. Chuyển vế và nhập vào máy

$-5+7i+4-6i$

$-1+i$

♦. Dễ thấy *M(-1; 1).*

**Câu 3.** Cho số phức $z=\dfrac{25}{3+4i}$. Điểm biểu diễn hình học số phức liên hợp của $z$ trong mặt phẳng $Oxy$ là

**A.** $M(3;-4)$. **B.** $N(2;-3)$. **C.** $P(3;-2)$. **D.** $Q(3;4)$.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Conjg}\left(\frac{25}{3+4i}\right)$$

$$3+4i$$

♦. Chú ý liên hợp dùm nhé.

**Câu 4.** Cho số phức $z$ thỏa mãn $z+2\overline{z}=6+2i$. Điểm biểu diễn số phức $z$ có tọa độ là

**A.** $(2;-2)$. **B.** $(-2;-2)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(-2;2)$.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\frac{(6+2i)\times 1-2(6-2i)}{|1|^2-|2|^2}$$

$$2-2i$$

Nhớ công thức thì làm siêu nhanh nhé. $az+b\overline{z}=c \Rightarrow z=\dfrac{c.\overline{a}-b\overline{c}}{|a|^2-|b|^2}$

**Câu 5.** Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-i|=4$ là đường cong có phương trình

**A.** $(x-1)^2+y^2=4$. **B.** $x^2+(y-1)^2=4$. **C.** $(x-1)^2+y^2=16$ **D.** $x^2+(y-1)^2=16$.

**Lời giải**

**Chọn D**

♦. Dễ thử các đáp án A,B,C loại ngay.

$|x-i|-4$ $|x-i|-4$ $|x-i|-4$

$x=1+2i$ $x=2+i$ $x=1+4i$

♦. Cho *y=1; x=4, x=-4 và x=0; y=5* thay ba điểm này vào giả thiết thấy thỏa. Hiển nhiên đáp án không thỏa thì loại ngay.

$|x-i|-4$ $|x-i|-4$ $|x-i|-4$

$x=4+i$ $x=-4+i$ $x=5i$

♦. Chú ý cách chọn điểm đặc biệt sao cho đẹp, đơn giản.

♦. Cách làm này hơi chạm mà chắc khi gặp bài khó hơn.

☑_ **Dạng 5: Tìm tâm và bán kính đường tròn.**

①. $|z+a+bi|=R \Rightarrow I(-a;-b), BK:R$.

②. $|\overline{z}+a+bi|=R \Rightarrow I(-a;b), BK:R$.

**Câu 1.** Xét các số phức $z$ thỏa mãn điều kiện $|z-3+2i|=5$. Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, tập hợp của điểm biểu diễn số phức $z$ là

**A.** Đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính $R=5$. **B.** Đường tròn tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=5$.

**C.** Đường tròn tâm $I(4;-3)$, bán kính $R=5$. **D.** Đường tròn tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=5$.

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 2.** Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức $z$ thỏa mãn $|\bar{z}+2-i|=4$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

**A.** $I(2;-1)$; $R=4$. **B.** $I(2;-1)$; $R=2$. **C.** $I(-2;-1)$; $R=4$. **D.** $I(-2;-1)$; $R=2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

☑_ **Dang 6: Tìm nghiệm, tính giá trị nghiệm của phương trình.**
①. Calc.
②. Giải phương trình bằng công cụ mode 9.
③. Sử dụng Sto và Alpha.

**Câu 1.** Tất cả các nghiệm phức của phương trình $z^2+5=0$ là

**A.** $\pm 5$. **B.** $\pm 5i$. **C.** $\pm\sqrt{5}i$. **D.** $\pm\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn C**

ax²+bx+c 1x²+ 0x + 5 | ax²+bx+c=0 X₁= $\sqrt{5}\,i$ | ax²+bx+c=0 X₂= $-\sqrt{5}\,i$

**Câu 2.** Kí hiệu $z_1, z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+4=0$. Giá trị của $\frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}$ bằng

**A.** 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

♦. Chế độ giải phương trình mode 9 2 2

ax²+bx+c 1x²− 2x + 4 | ax²+bx+c=0 X₁= $1+\sqrt{3}\,i$ | ax²+bx+c=0 X₂= $1-\sqrt{3}\,i$

♦. Từ màn hình ấn mode 2 và nhập biểu thức cần tính.

$$\frac{1}{|A|}+\frac{1}{|B|}$$

1

**Câu 3.** Trong các số sau, số nào là nghiệm của phương trình $z^2+1=z\ (z\in\mathbb{C})$?

**A.** $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$. **B.** $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1+\sqrt{2}i}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A**

♦. Chuyển vế, nhập máy giải phương trình mode 9 2 2

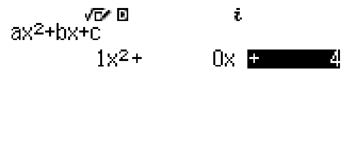
ax²+bx+c=0 X₁= $\frac{1+\sqrt{3}\,i}{2}$

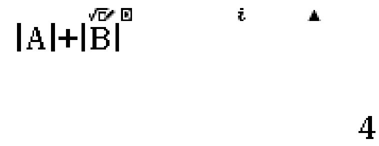
**Câu 4.** Kí hiệu $z_1$, $z_2$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4=0$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là các điểm biểu diễn của $z_1$, $z_2$ trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T=OM+ON$ với $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $T=4$. **B.** $T=2$. **C.** $T=2\sqrt{2}$. **D.** $T=8$.

**Lời giải**

**Chọn A**



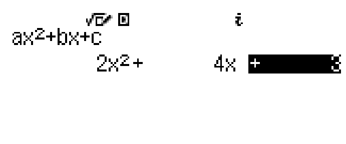

♦. Chú ý: $T=OM+ON=|z_1|+|z_2|$

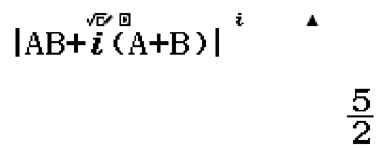
**Câu 5:** Kí hiệu $z_1, z_2$ là nghiệm phức của phương trình $2z^2+4z+3=0$. Tính giá trị biểu thức $P=|z_1z_2+i(z_1+z_2)|$.

**A.** $P=1$. **B.** $P=\frac{7}{2}$. **C.** $P=\sqrt{3}$. **D.** $P=\frac{5}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D**




**Câu 6:** Trên tập số phức, biết phương trình $z^2+(a-2)\cdot z+b+1=0$ $(a,b\in\mathbb{R})$ có một nghiệm là $z=1+i$. Tính giá trị của $T=a+b$.

**A.** $T=-1$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

**Lời giải**

**Chọn B**

♦. Một dạng toán hay, ta cần thay nghiệm vào phương trình sau đó đi giải hệ phương trình:

$(1+i)^2+(a-2)(1+i)+b+1=0 \Leftrightarrow (1+i)^2+(a-2)(1+i)+b+1=0$

$\Leftrightarrow 2i+a+ai-2-2i+b+1=0 \Leftrightarrow (a+b-1)+ai=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b-1=0 \\ a=0 \end{cases}$