MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP CHƯƠNG I GIẢI TÍCH 12

Câu 1: Tìm *m* để hàm số $y=-x^3+3x^2+3mx-1$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$:

A. $m\le -1$ **B.** $m\ge -1$ **C.** $m<-1$ **D.** $m>-1$

Ta có $y'=-3x^2+6x+3m$

Hàm số nghịch biến trên khoảng
$(0;+\infty)\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow -3x^2+6x+3m\le 0,\forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3m\le 3x^2-6x,\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow m\le x^2-2x,\forall x\in(0;+\infty)$ (1)

Xét hàm số $g(x)=x^2-2x$ trên khoảng $(0;+\infty)$

Ta có $g'(x)=2x-2=0\Leftrightarrow x=1$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\underset{x\in(0;+\infty)}{Min}\, g(x)=g(1)=-1$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow m\le \underset{x\in(0;+\infty)}{Min}\, g(x)\Leftrightarrow m\le -1$.

Câu 2: Tìm *m* để hàm số $y=\dfrac{x-m+2}{x+1}$ giảm trên các khoảng mà nó xác định?

A. $m\le 1$ **B.** $m<1$ **C.** $m\le -3$ **D.** $m<-3$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Ta có $y'=\dfrac{m-1}{(x+1)^2}$.

Hàm số giảm trên các khoảng xác định khi và chỉ khi
$y'<0,\forall x\ne -1\Leftrightarrow m-1<0,\forall x\ne -1\Leftrightarrow m<1$.

Câu 3: Tìm *m* để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $-2\le m\le 0$ **B.** $-2<m<0$ **C.** $m>-2$ **D.** $m=0$

Ta có $y'=x^2+2mx$

Hàm số đồng biến trên
$\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2+2mx\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'\le 0\Leftrightarrow m^2\le 0\Leftrightarrow m=0$.

Câu 4: Tất cả các giá trị của *m* để hàm số $f(x)=\dfrac{x-m}{x-1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó là:

A. $m\le 1$ **B.** $m>1$ **C.** $m<1$ **D.** $m\ge 1$

Câu 5: Tìm m để hàm số $y=\frac{-1}{3}x^3+mx^2+(m-2)x-\frac{1}{3}$ đồng biến trên đoạn có độ dài bằng 4:

A. $m=2$ **B.** $m=-2$ **C.** $m=-3$ **D.** Cả A và C đều đúng

Chọn đáp án D

Ta có $y'=-x^2+2mx+m-2$ và $\Delta'=m^2+m-2$

Trường hợp 1: $\Delta'\le 0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Trường hợp này không thỏa.

Trường hợp 2: $\Delta'>0 \Leftrightarrow m^2+m-2>0 \Leftrightarrow m<-2 \vee m>1$ (*)

Khi đó phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |x_1-x_2|=4 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16$ (1)

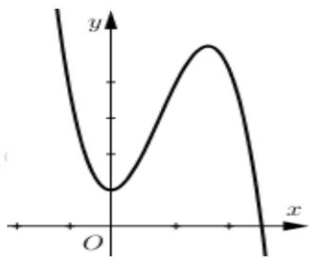
Theo định lý vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=2-m \end{cases}$ thay vào (1) ta được

$4m^2+4m-24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=2 \end{array}\right.$ (thỏa (*))

Câu 6: Hàm số $y=f(x)=x^3-3x+1$ có phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là

A. $2x+y-1=0$ **B.** $x+2y-1=0$ **C.** $2x-y-1=0$ **D.** $x-2y+1=0$

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0, b<0, c=0, d>0$

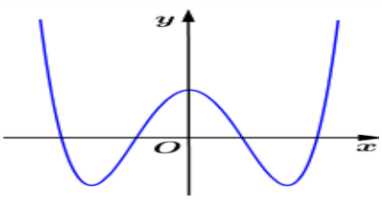
B. $a>0, b<0, c>0, d>0$

C. $a<0, b>0, c>0, d>0$

D. $a>0, b<0, c=0, d>0$

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $a>0, b<0, c<0$

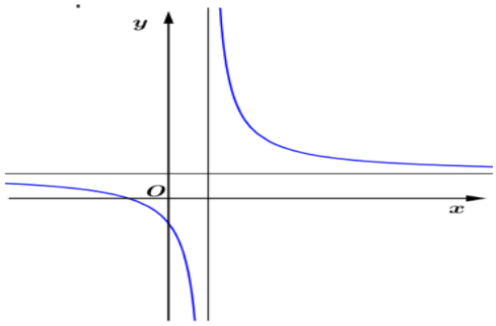


B. $a<0,b>0,c>0$

C. $a>0,b>0,c>0$

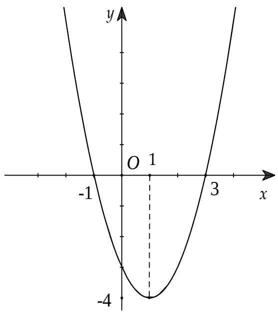
D. $a>0,b<0,c>0$

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $bc>0,ad<0$ **B.** $ac>0,bd>0$ **C.** $bd<0,ad>0$ **D.** $ab<0,cd<0$

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

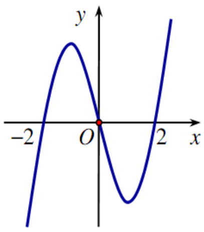
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B Trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$ đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm phía trên trục hoành.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;\ 2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

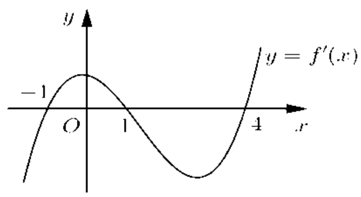
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;\ 2)$.

Lời giải

Chọn D Cách 1: sử dụng bảng biến thiên. Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = g(x) = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(1;3)$ **B.** $(2;+\infty)$

C. $(-2;1)$ **D.** $(-\infty;-2)$

Lời giải

Chọn C Ta có: $g'(x) = (2-x)'.f'(2-x) = -f'(2-x)$

Hàm số đồng biến khi $g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{array}\right.$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f\ \ x$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'\ \ x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

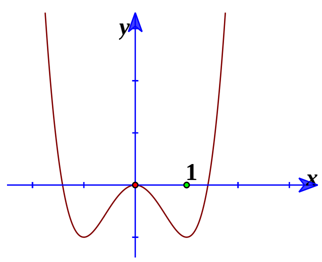
A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -2$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

Câu 14: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K, biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên K như hình vẽ bên. Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên K.



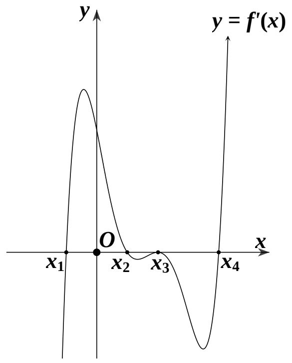
A. 1. **B.** 2.

C. 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B Đối với dạng này ta chỉ cần tìm xem đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại mấy điểm mà thôi, không kể các điểm mà đồ thị $y=f'(x)$ tiếp xúc với trục Ox (vì đạo hàm ko đổi dấu).

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên.



Chọn khẳng định **đúng** ?

A. Hàm số $y=f(x)$ có 2 cực đại và 2 cực tiểu.

B. Hàm số $y=f(x)$ có 3 cực đại và 1 cực tiểu.

C. Hàm số $y=f(x)$ có 1 cực đại và 2 cực tiểu.

D. Hàm số $y=f(x)$ có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

Lời giải

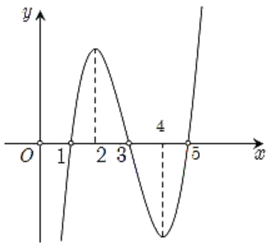
Chọn C Qua x_3 thì $y=f'(x)$ không đổi dấu, nên ta coi như không xét x_3.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Như vậy: trên K, hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại là x_2 và điểm cực tiểu là x_1, x_4.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x-1)$ đạt **cực đại** tại điểm nào dưới đây?



A. $x = 2.$ **B.** $x = 4.$ **C.** x = 3 **D.** x = 1

Lời giải

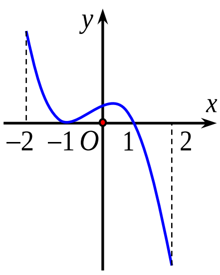
Chọn B Cách 1 : $g'(x) = f'(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=1 \\ x-1=3 \\ x-1=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=4 \\ x=6 \end{array}\right.$;

$g'(x) = f'(x-1) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 < x-1 < 3 \\ x-1 > 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < x < 4 \\ x > 6 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		2		4		6		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y		↘		↗		↘		↗	

Ta chọn đáp án B

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Tìm giá trị x_0 để hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-2;2]$.



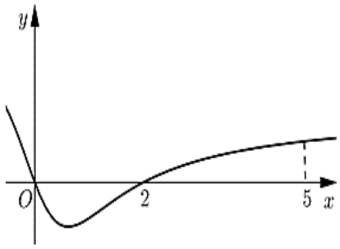
A. $x_0 = 2$. **B.** $x_0 = -1$. **C.** $x_0 = -2$. **D.** $x_0 = 1$.

Lời giải

Chọn D Từ đồ thị ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \text{ (nghiem kep)} \\ x = 1 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

x	-2		-1		1		2
y'		+	0	+	0	-	
y		↗		↗	$f(1)$	↘	

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$?



A. $m=f(0), M=f(5)$.

B. $m=f(2), M=f(0)$.

C. $m=f(1), M=f(5)$.

D. $m=f(2), M=f(5)$.

Lời giải

Chọn D

x	0		2		3		5
y'	0	$-$	0	$+$		$+$	
y	$f(0)$	↘	$f(2)$	↗	$f(3)$	↗	$f(5)$

$\min\limits_{[0;5]} f(x) = f(2)$ và $f(3) > f(2)$

Mà $f(0)+f(3)=f(2)+f(5) \Rightarrow f(0)-f(5)=f(2)-f(3)<0 \Rightarrow f(0) < f(5)$.